

Organización matemática y didáctica de los métodos de demostración en la asignatura de Álgebra I

Mathematical and didactic organization of the demonstration methods in the Algebra I subject

Florencio Flores Ccanto
fflores@une.edu.pe - Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima
Daniel Marcos Chirinos Maldonado
dchirinos@une.edu.pe - Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima
Vicente Carlos Dávila Huamán
vdavila@une.edu.pe - Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima
Yeferson Meza Chaupis
acornejo@une.edu.pe - Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima
Hernán José Espinoza Rojas
erojas@une.edu.pe - Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima
Lourdes Gálvez Morales
lgalvez@une.edu.pe - Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima
Alfonso Gedulfo Cornejo Zuñiga
acornejo@une.edu.pe - Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima

Recibido el 16/06/20 | Aceptado el 30/06/20

Resumen

El trabajo de investigación analiza la organización matemática y didáctica de los docentes de matemática mediante un fundamento epistemológico del concepto de demostración, razonamiento y argumentación; teniendo en cuenta una descripción de la organización praxeológica matemática de la separata que utiliza el docente en la asignatura de Álgebra I y la filmación de un docente en aula de clases de la especialidad. La investigación se enmarca en el enfoque cualitativo, diseño fenomenológico y estudio de casos. El análisis (estudio y uso) de la separata del profesor, consta de 38 tareas y técnicas explícitas. Asimismo, los docentes en aula priorizan las tareas sobre demostraciones aritméticas y algebraicas, las técnicas utilizadas son una fiel réplica de los conceptos, representaciones y procedimientos de las demostraciones. El trabajo analiza, las confusiones entre los conceptos de deducción, demostración, argumentación y razonamiento que emplean los docentes.

Palabras claves: *Organización didáctica, matemática, demostración, enseñanza, Praxología.*

Abstract

The research work analyzes the mathematical and didactic organization of mathematics teachers through an epistemological foundation of the concept of demonstration, reasoning and argumentation; taking into account a description of the mathematical praxeological organization of the reprint used by the teacher in the subject of Algebra I and the filming of a teacher in the specialty classroom. The research is framed in the qualitative approach, phenomenological design and case study. The analysis (study and use) of the teacher's reprint consists of 38 explicit tasks and techniques. Likewise, classroom teachers prioritize tasks over arithmetic and algebraic proofs, the techniques used are a faithful replica of the concepts, representations and procedures of the proofs. The work analyzes the confusions between the concepts of deduction, proof, argumentation and reasoning that teachers use.

Keywords: *Didactic organization, mathematics, demonstration, teaching, Praxology.*

Introducción

Los docentes de la especialidad de Matemática, abordan el tema de la demostración en el aula, en las diferentes asignaturas de especialidad y considerando que todo saber matemático es complicado en su enseñanza y aprendizaje, esto es más aún cuando la "Demostración Matemática" no es un saber a enseñar en la Educación Básica Regular (EBR). Por lo que el problema de investigación fue analizar de manera exploratoria y descriptiva el conocimiento, procedimiento y aptitud que tienen los docentes de Álgebra I, respecto a las demostraciones matemáticas en aula. Para ello, se plantearon las siguientes cuestiones: ¿Cómo se abordan los métodos de demostración en la enseñanza de la asignatura de Álgebra I?, ¿Qué tareas y técnicas presentan los docentes de la asignatura de Álgebra I, al enseñar los métodos de Demostración? y ¿Qué conceptos y representaciones tienen los docentes respecto a los métodos de Demostración?; para poder fundamentar se abordan las teorías necesarias:

Según Gordon, D. (2020), la "praxeología debe formalizarse, usando la lógica matemática. Entonces, seríamos capaces de decir si las deducciones realmente funcionaron" (p.1)

La investigación realizada por Gonzales, C. S. (2014), referido a la praxeología matemática de proporción, en sus conclusiones expresa:

La Teoría Antropológica de lo Didáctico ha sido pertinente pues brinda las herramientas para describir y analizar cuestiones relativas al estudio del objeto matemático proporción en el texto analizado. Con respecto a la metodología para el análisis del texto, la definición de los criterios fue fundamental para el logro de los objetivos propuestos, los cuales permitieron realizar un análisis basado en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), pero además desde otras perspectivas (p. 97)

Las Organizaciones Didácticas (OD) son el resultado de un trabajo complejo y continuado que se lleva a cabo durante largo tiempo en las instituciones, cuya dinámica de funcionamiento incluye a ciertas relaciones invariables que es posible modelizar. Aquí se presentan los dos aspectos inseparables del trabajo matemático: el proceso de construcción matemática, que atañe al estudio, y el resultado mismo de esta construcción, la OM. En efecto, no hay OM sin un proceso de estudio que la engendre, pero tampoco proceso de estudio sin una OM en construcción" (Según Bosch, M., Espinoza, L. y Gascón, J. 2003, p. 92).

La demostración es un objeto de notable interés matemático y didáctico, para la mayoría de docentes y estudiantes de la especialidad de Matemática, la argumentación se utiliza en muchas ocasiones como sinónimo de demostración, sin embargo, el autor Duval, R. (1999) considera dos tipos de razonamientos con vínculos de organización, estructura y funcionamiento cognitivo diferentes (pp. 149-150). Según Duval, argumentar no es demostrar.

Para que un razonamiento alcance la categoría de demostración este debe ser considerado válido por expertos en la materia que se trate y debe tener como objetivo la verdad.

La dificultad de la enseñanza y aprendizaje del concepto de "demostración" queda evidenciado por Balacheff, N. (1999), que afirma que la argumentación es un obstáculo epistemológico importante para el aprendizaje de la demostración, ya que en la demostración se renuncia a las libertades que uno puede tomarse en la argumentación. El autor afirma que la argumentación es a la conjetura, como la demostración es al teorema, con lo que concluyó que es un error de carácter epistemológico hacer creer a los alumnos que son capaces de producir una prueba o demostración cuando no han hecho otra cosa que argumentar.

Según Balacheff, N. (2000) el concepto de demostración no es más que una prueba (explicación aceptada por una comunidad en un momento dado) que se ha llevado a cabo mediante un proceso lógico-deductivo válido y que los procesos para probar una afirmación dependen del sujeto que desarrolla la prueba y de los destinatarios a los que va dirigida, podemos observar que claramente resalta el carácter social de los distintos tipos de prueba. Por tanto, buscar el origen de la demostración implica buscar un momento muy concreto en el desarrollo de los diferentes procedimientos de prueba.

Está claro que no se puede enseñar a un alumno a razonar y demostrar en una única unidad didáctica, el razonamiento y la demostración deberían estar presentes durante toda la escolarización. Como hábito mental que es el razonamiento, debe desarrollarse de una forma coherente en las diferentes asignaturas, mediante este proceso gradual, es de esperar que tras finalizar la Educación Secundaria los alumnos deberían estar preparados para comprender y elaborar demostraciones acordes con su nivel, apreciando su valor.

Según Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (2000):

Una *obra matemática* surge siempre como respuesta a una cuestión o un conjunto de cuestiones. Pero ¿en qué se materializa dicha respuesta? En una primera aproximación podríamos decir que la respuesta matemática a una cuestión cristaliza en un conjunto organizado de objetos ligados entre sí por diversas interrelaciones, esto es, en una *organización matemática*. Dicha organización es el resultado final de una actividad matemática, que, como toda actividad humana, presenta dos aspectos inseparables: la práctica matemática o "praxis" que consta de *tareas y técnicas*, y el discurso razonado o "logos" sobre dicha práctica que está constituido por *tecnologías y teorías*. (p. 274)

Refiere Cómez, A, S. (2019), en las reflexiones finales que:

Respecto al nivel de la praxeología matemática, afirmamos que la praxeología matemática

reconstruida es una amalgama de praxeologías matemáticas puntuales integradas de manera parcial a través de la ampliación de técnicas, pues está conformada por 9 tipos de tareas, donde el tipo de tarea T9 se encuentra aislado de los demás tipos de tarea (p. 165)

Según Murray, N. R. (1997), hace la diferencia entre la praxeología y la ética, y su fundamento es:

La praxeología, por tanto, es diferente a la psicología y la ética. Dado que todas estas disciplinas se encargan de las decisiones subjetivas de las mentes humanas individuales, muchos observadores creen que son fundamentalmente idénticas. Este no es el caso en absoluto. La psicología y la ética se encargan del contenido de los fines humanos; se preguntan, ¿por qué el hombre elige tal o cual fin, o qué fines deben los hombres valorar? La praxeología y la economía analizan cualquier fin dado y las implicaciones formales del hecho que los hombres tienen fines y emplean medios para alcanzarlos. La praxeología y la economía son por lo tanto disciplinas separadas y distintas de las otras (p. 61)

Para Ugarte, F. G. y Gonzales, C. (2014), los conceptos asociadas a la tecnología a las técnicas, se define:

La técnica puede ser considerada por sí mismo la técnica de alguna tarea. En ese sentido, cada paso considerado como técnica, tendría una tecnología asociada, a la que llamaremos justificación, es decir, para nuestra investigación se cumple que toda tecnología es una justificación, pero no toda justificación es una tecnología, pues hay pasos de La técnica que por sí solos no son técnica de ninguna tarea de la sección del texto analizado. De esta forma, la tecnología asociada a una técnica (subconjunto propio de La técnica) no es otra cosa que la unión de las justificaciones de los pasos de que la definen" (p. 285)

Fonseca, C. (2000) fundamenta las aplicaciones de la praxeología matemáticas en los tres niveles:

"Praxeología Matemática Puntual (PMP): Alrededor de un tipo de tareas, T, en principio encontramos una tripleta, la cual está conformada por al menos una técnica τ , por una tecnología θ de τ , y por una teoría Θ de θ . El bloque indicado por $[T / \tau / \theta / \Theta]$ conforma una praxeología puntual, lo cual significa que dicha praxeología corresponde a un único tipo de tareas T. Fonseca (2004) señala que en la educación secundaria se pueden encontrar diferentes PMP, tanto como tipos de tareas. Así por ejemplo: descomponer en factores un polinomio con raíces enteras, resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, etc. Así en lo referente a nuestra investigación, una PMP es resolver una inecuación lineal con una incógnita.

Praxeología Matemática Local (PML): Las praxeologías puntuales se agrupan en primer lugar en praxeologías locales, $[Ti / \tau_i / \theta / \Theta]$, cada praxeología local se centra en una tecnología θ determinada. Dicha tecnología permite justificar, explicar y relacionar entre sí las técnicas de todas las PMP que conforman la PML, además de producir nuevas técnicas. El fin de integrar las PMP, para conformar una PML, es por lo general para dar respuesta a un conjunto de cuestiones problemáticas que en ninguna de las PMP de partida se pueden resolver completamente (Fonseca, 2004). Así por 37 ejemplo, determinar el conjunto solución de la inecuación $3x + 2y < 5$ es una cuestión problemática que en la PMP resolver una inecuación lineal con una incógnita no se puede resolver.

Praxeología Matemática Regional (PMR): La coordinación, articulación y posterior integración de praxeologías locales, alrededor de una teoría común Θ , conforman una praxeología regional, $[Tij / \tau_{ij} / \theta_j / \Theta]$. Según Fonseca (2004), para realizar la reconstrucción institucional de una teoría matemática, se debe elaborar un lenguaje común, de modo que permita describir, relacionar, justificar y producir las distintas tecnologías de las PML que conforman la PMR. Los ejemplos de PMR que menciona Fonseca (2004) son: la teoría de Galois, el álgebra lineal, entre otros.

Praxeología Matemática Global (PMG): Se manifiesta cuando se agregan diversas praxeologías regionales, a partir de la integración de distintas teorías (pp. 36-37).

Para Chevallard, Y., *et al.*, la teoría de Antropológica de lo didáctico consiste en abordar contenidos como: La Praxeología matemática. La estructura del proceso de estudio: Las seis dimensiones. La noción de "Estudio". Los momentos de estudio: El momento del *primer encuentro*, el momento *exploratorio*, el momento del *trabajo de la técnica*, el momento *tecnológico-teórico*, momento de la *institucionalización* y el momento de la *evaluación*. Esta teoría busca modelizar el conocimiento matemático que se enseña en el aula, sostiene que toda problemática didáctica tiene un componente matemático esencial determinante en las dificultades, es decir pone en primer lugar el contenido matemático involucrado (p. 275).

Según Borromeo-Ferri, R. (2006), menciona que se:

(...) utilizan la perspectiva cognitiva para analizar cómo los *estilos de pensamiento matemático* de los profesores condicionan sus acciones didácticas en las tareas de modelización. En su trabajo, concluyen que el *estilo de pensamiento* identificado en cada profesor determina sus preferencias por una u otra parte del ciclo de modelización, y que la mayoría no era consciente de las decisiones que tomaba durante la gestión de estos procesos en el aula. (pp. 87-90)

Referidas a las praxologías didácticas Ruiz–Higueras, L. y García, F. J. (2010), fundamentan el proceso de estudio:

Al proceso de estudio escolar, un profesor y un conjunto de alumnos participan de manera integrada. El profesor lleva a cabo una *acción didáctica* con objeto de que los estudiantes construyan una organización matemática (OM). En la medida en que las características de la OM condicionan las posibles formas de organizar su estudio —la organización didáctica (OD)— y las características del proceso de estudio de la OD condicionan a la OM realmente construida, la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) describe todo proceso de estudio como un par (OM, OD), lo cual permite aprehender de manera conjunta esta dependencia entre *lo matemático* y *lo didáctico*. (...) Toda *acción didáctica del profesor* implica la existencia de *tareas didácticas* a las que se tiene que enfrentar, así como la puesta en funcionamiento de determinadas *técnicas didácticas*. *Tareas y técnicas didácticas* constituyen la *praxis didáctica* del profesor. Pero, al mismo tiempo, también es posible identificar en toda *acción didáctica* la existencia —más o menos explícita— de discursos que describan y justifiquen la forma de actuar del profesor; estas son sus *tecnologías didácticas* y sus *teorías didácticas*, que integran el *logos didáctico*. La cuestión que nos planteamos es: ¿con qué elementos se pueden describir las praxeologías didácticas? Y, en particular, ¿con qué elementos podemos describir la *praxis didáctica*? ¿Y el *logos didáctico*? (p. 242)

El modelo para describir la praxis didáctica, a la hora de poner en juego el par (OM, OD), y teniendo en cuenta los planteamientos de Artaud, M. (2007) y Chopin, M. P. (2007) el docente hace frente a la tarea teniendo en cuenta los momentos de estudio, como son los momentos de “ 1) del primer encuentro; 2) el exploratorio; 3) el tecnológico; 4) la institucionalización; 5) el trabajo de la técnica, y 6) la evaluación” (Chopin, M. P., 2007, p. 308).

Como Plantea Artaud, M. (2007), existen muchas evidencias que los docentes y estudiantes, no ponen en juego el par (OM, OD), para abordar las demostraciones matemáticas con rigor, ni reconocen explícitamente los procesos que involucran los métodos de demostración. Esto nos hace inferir que ocurre lo mismo en las demás asignaturas de la carrera, por lo que no se estaría desarrollando adecuadamente una de las capacidades principales “La demostración” y se está dando una deformación matemática a los futuros docentes de la especialidad. Asimismo, las demostraciones matemáticas son consideradas en las reformas curriculares de diferentes países como elemento primordial en la formación del profesional; y este trabajo incorpora la importancia del par (OM, OD) y la necesidad de que la formación profesional sea adecuada a las exigencias de nuestro país, en la demanda de profesores para la Educación Básica Regular (EBR).

Según Corica, A. R. y Otero, M.R., (2008), el sistema de tareas de los docentes muestra dos grandes componentes asociados:

- Las tareas de concepción y organización de mecanismos de estudio¹, así como la gestión de sus medios ambientes (*Organizaciones Matemáticas*).
- Las tareas de ayuda al estudio, particularmente la dirección de estudio y enseñanza, cuyo cumplimiento es debido a la puesta en ejecución de técnicas didácticas determinadas (*Organizaciones Didácticas*). (pp. 308-309)

Es analizar la organización matemática y didáctica respecto a los métodos de demostración de los docentes de la asignatura de Álgebra I de la Facultad de Ciencias y para poder abordar en detalle se plantearon los objetivos específicos:

- Analizar la organización matemática de la separata de Algebra I en el tema de Demostración Matemática.
- Analizar la organización matemática y didáctica del docente en la clase de la Demostración Matemática en Algebra I.
- Estudiar las concepciones y representaciones del docente de matemática con respecto a la Demostración Matemática de la especialidad de Matemática e Informática

Materiales y métodos

Martínez (2006) menciona que “la investigación cualitativa trata de identificar la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento y manifestaciones” (p. 128). Asimismo, se utilizó el diseño fenomenológico de investigación cualitativa, porque su propósito principal es explorar, describir y comprender las experiencias de las personas con respecto a un fenómeno y descubrir los elementos en común de tales vivencias (Hernández, R, Fernández, C. y Baptista, M. 2014, p. 493).

Las unidades de análisis planteados son: La praxeología matemática de la separata de Algebra I que utiliza el profesor en aula, la praxeología matemática y didáctica del docente en la clase de la demostración Matemática en Algebra I y los conceptos y representaciones del docente de matemática, referido a la demostración matemática.

La población y la muestra de estudio fueron 20 docentes de la especialidad de Matemática del Departamento Académico de Matemática e Informática de los cuales tres docentes enseñan Algebra I en los ciclos impares.

Se tomó una muestra aleatoria de 1 docente de tres que tuvieron a cargo la asignatura de Algebra I, además a este docente se hizo la filmación de su clase y a 19 docentes se le aplicó la encuesta.

Se construyeron dos instrumentos de investigación: La primera una encuesta de 15 ítems, con el que se obtuvo datos respecto de las concepciones de los docentes sobre la demostración matemática; desde

las dimensiones de demostración, enseñanza, aprendizaje, contenidos, pensar y razonar, actitudinal y argumentar. Teniendo en cuenta las unidades de análisis en consonancia con planteamientos de Chevallard, Y. et al (2000), y segundo la Tabla de Praxeología matemática de la separata de Álgebra I, considerando las dimensiones de Tarea (T : detalles de cada tarea), Técnica (τ : descripción de cada técnica por tarea), Tecnología (θ : descripción de las tecnologías) y Teorías (Θ : descripción de las teorías).

Los instrumentos fueron validados mediante la opinión de expertos y sus opiniones fueron de "muy bueno".

Resultados y discusión

Se procesó la encuesta abierta que se aplicó a los 19 docentes de la Especialidad de Matemática y se presentan los resultados obtenidos.

Análisis de la encuesta sobre las concepciones del docente por cada dimensión:

Se aplicó una encuesta abierta a los docentes de la especialidad de Matemática, del que se obtuvo datos sobre la variable *Concepciones de los docentes sobre la demostración matemática*, teniendo en cuenta las dimensiones de demostración, enseñanza, aprendizaje, contenidos, pensar y razonar, actitudinal y argumentar; que en total estuvo constituido de 15 ítems y se presenta el análisis por cada dimensión:

1. **Demostración.** El 60% opinan que se conceptúa la demostración que los estudiantes aprenden a demostrar para que desarrollen el método deductivo, su capacidad argumentativa y de razonamiento. Además, los docentes tienen diversidad de opiniones, sin embargo, podemos mencionar los más importantes que es utilizar la estrategia de juegos, uso de medios y materiales y resolver problemas. Las dificultades que presentan los estudiantes es el pensar que la matemática es saber calcular, no razonar lógicamente y no poder justificar los procedimientos.
2. **Enseñanza.** El 72%, esto quiere decir la gran mayoría de los encuestados mencionan que los materiales de enseñanza utilizados son: libro de texto, guías de práctica, separatas y materiales didácticos. Donde el papel que juega el error en la enseñanza de la demostración matemática permite corregir los argumentos de la deducción, aprender a encontrar la verdad relativa a identificar los procesos lógicos, buscar otras soluciones a partir de ese error para consolidar y reforzar su aprendizaje y presentan dificultades en el nivel de concreción-abstracción, temor y desorientación para iniciar la demostración.
3. **Aprendizaje.** 48% de los encuestados afirman que se concluye que los estudiantes aprenden a demostrar para que desarrollen el método deductivo, su capacidad argumentativa y de razonamiento. Entre las dificultades que tienen son el pensar que la matemática es saber

calcular, no razonar lógicamente y no poder justificar procedimientos.

4. **Contenidos.** 31% de los docentes presentan diversas opiniones sobre los contenidos, dado que se aplica en las demostraciones; sin embargo, mencionan que poco se utiliza en temas de lógica matemática, teoría de conjuntos y también en algunas asignaturas que son adecuados para el uso de demostraciones son análisis, álgebra y geometría.
5. **Pensar y razonar,** existe una diversidad de opiniones; sin embargo, mencionan que algunas situaciones cotidianas estimulan a los estudiantes a pensar y razonar en el desarrollo de la clase, sobre todo cuando se trate de plantear y resolver problemas contextualizados, resolver problemas de mayor complejidad en la que se pide demostrar teoremas.
6. **Actitud,** cuando el docente estimula a los estudiantes, haciendo participar en realizar las actividades contextualizados, los estudiantes muestran una actitud positiva y favorable, ellos sienten que mejoran en su rendimiento académico.
7. **Entre los aspectos que deberían perfeccionar** en su formación son manejo del método deductivo - inductivo, conocer la teoría y el lenguaje lógico matemático. Los docentes también manifiestan el rol de las demostraciones en las clases de matemáticas es, entre otros, formativo y es uno de los recursos que se utiliza en las matemáticas para determinar la veracidad de las proposiciones, presentando los argumentos o justificaciones de cada procedimiento; tales como, convenios o axiomas, definiciones, reglas lógicas, teoremas previamente demostrados.

Análisis de la Tabla de Praxeología matemática de la separata de Álgebra I

Del análisis de la Tabla de Praxeología, teniendo en cuenta las dimensiones de Tarea (T), Técnica (τ), Tecnologías (θ) y Teorías (Θ) respectivas de la separata utilizada por el docente; se puede exponer algunos resultados relevantes:

1. **Tareas y técnicas.** Haciendo un análisis de la separata que utilizó el docente como el principal recurso para el desarrollo de la asignatura, se puede constatar que la separata presenta 38 tareas, cada una con su técnica respectiva; de los cuales 16 son tareas para resolver por el método de demostración directa, 7 tareas para resolver por el método de demostración contrarrecíproco, 10 tareas para resolver por el método de demostración por reducción al absurdo y 5 tareas para resolver por el método de demostración por inducción.
2. **La teoría matemática utilizada y que está ausente** en la separata es el sistema de números naturales, sistema de números enteros, teoría de

conjuntos y el algebra de funciones. Si está presente la teoría de lógica proposicional.

3. Para resolver las tareas y técnicas utiliza la tecnología relacionada a los saberes de divisibilidad, números pares e impares, máximo común divisor, números primos y números compuestos enteros, que están parcialmente presentes en la separata.
4. En los tipos de tareas se priorizan las demostraciones aritméticas y algebraicas, las técnicas utilizadas son una fiel réplica de los conceptos, representaciones y procedimientos de las demostraciones que están en la separata proporcionada por el docente a los estudiantes.
5. Con respecto a la praxeología didáctica del docente en la clase de la Demostración Matemática en Algebra I, observamos una clase exclusivamente expositiva de las tareas y técnicas didácticas con el uso de la pizarra y el plumón se trata de una exposición oral y escrita de la praxis presente en la separata de la asignatura de Algebra I, todas ellas demostradas de manera formal, justificadas paso a paso y con cierto rigor lógico matemático. No se evidencia el uso de alguna analogía o contextualización de la tarea ni tratamiento de los errores y obstáculos didácticos y epistemológicos.

Según Ferreira, N., Rechimont, E. y Parodi, C. (2008), llevar a cabo una tarea que involucre actividades de argumentación, prueba o demostración implica un trabajo a largo plazo, el cual debe centrarse en plantear problemas donde los estudiantes puedan desarrollar una actitud reflexiva y dispuesta a formular conjeturas y discutir su validez (pp. 50-59).

Conclusiones

La razón de ser de la organización matemática de la separata de Álgebra I, que utiliza el docente en la clase de la demostración en Álgebra I son los tipos de teoremas principalmente aritméticos con técnicas explícitas de deducción y tecnología parcial relacionados a los saberes de divisibilidad, números pares e impares, máximo común divisor, números primos y números compuestos. La teoría matemática está prácticamente ausente y se refiere únicamente a la teoría de lógica proposicional.

- La praxeología matemática del docente en la clase de la Demostración Matemática en Álgebra I, está centrada en los tipos de teoremas aritméticos y algebraicos, técnicas deductivas y tecnologías acerca de la demostración directa y la demostración indirecta: contrarrecíproco y reducción al absurdo. Al igual que en la separata la teoría matemática está prácticamente ausente y se refiere únicamente a la teoría de lógica proposicional. La praxeología didáctica del docente es limitada y muy poco elaborada, exclusivamente expositiva de las tareas y técnicas didácticas con el uso de la pizarra y el plumón.
- Como fundamenta Murray N. R. (1997) los conceptos y representaciones que tienen los docentes de matemática con respecto a la Demostración Matemática según los resultados de la encuesta son:
 - a) Que las actividades más importantes para aprender la demostración matemática son: resolver problemas y los razonamientos, lo que no se condice con la demostración de teoremas realizadas por el docente.
 - b) Que los contenidos matemáticos más importantes en la demostración matemática son Geometría y álgebra, esto contradice los contenidos de la clase del docente.
 - c) Que una demostración matemática es un razonamiento deductivo para determinar una verdad, y se caracteriza por su estructura y el rigor lógico.
 - d) Que la principal dificultad en la enseñanza de la demostración matemática es que no está considerado en el currículo de manera explícita, que debe conocerse el fundamento teórico y que se hace un desarrollo demasiado intuitivo.
 - e) Que los docentes se sienten satisfechos de su trabajo cuando los estudiantes resuelven un problema justificándolo, cuando demuestran una proposición diferente a las ya demostradas o cuando les piden que les enseñe el próximo año o semestre.
 - f) Que los alumnos piensan y razonan en clase de matemáticas cuando formulan y resuelven problemas; demuestran teoremas, desarrollan ejercicios y dan ejemplos.
 - g) Que los estudiantes argumentan cuando deducen proposiciones válidas, cuando justifican la resolución de un problema, cuando tienen que explicar sus soluciones y cuando conocen la teoría.

Referencias bibliográficas

- Almouloud, S. (2015) Teoría antropológica do didático: metodologia de análise de materiais didáticos. Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 42, 9-34. Recuperado de <https://goo.gl/n4GTNs>
- Artaud, M. (2007). *La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. Structures et fonctions*. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa y F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 241–259). Jaén, España: Universidad de Jaén. [Links]
- Balacheff, N. (1999). *¿Es la argumentación un obstáculo? Invitación a un debate*. Recuperado el 11 de mayo de 2019, de <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/resut2.html>
- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. (Pedro Gómez, trad.) Bogotá: Universidad de los Andes. Recuperado el 22 de febrero de 2020, de <https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/520133/filename/Balacheff2000Proceso.pdf>
- Borromeo-Ferri, R. (2006). *Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process*. ZDM. The International Journal on Mathematics Education 38 (2), 86–95.
- Bosch, M., Espinoza, L. y Gascón, J. (2003). *El profesor como director de procesos de estudios. Análisis de organizaciones didácticas espontáneas*. Recherches en Didactique des Mathématiques 23 (1), 79-135
- Chevallard, Y., Bosch M. y Gascón, J. (2000). *Estudiar Matemáticas: El eslabón Perdido entre la enseñanza aprendizaje*. Barcelona: Editorial Horsori. ICE/Horsori.
- Chopin, M. P. (2007). *Le temps didactique en Théorie Anthropologique du Didactique. Quelques remarques méthodologiques á propos des moments d'étude*. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa y F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 301–318). Jaén, España: Universidad de Jaén.
- Corica, A. R. y Otero, M.R., “Análisis de una praxeología matemática universitaria en torno al límite de funciones y la producción de los estudiantes en el momento de la evaluación”, Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, vol.12 pp. 305-331. Nov. 2009.
- Ferreira, N., Rechimont, E. y Parodi, C. (2008). *Diferentes marcos en la resolución de problemas por demostrar*. En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (volumen XXI, pp. 50-59). México: Comité Latinoamericano de Matemática. AC.
- Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria*. (Tesis Doctoral, Universidad de Vigo). Recuperado de <http://www.atdtad.org/wpcontent/uploads/2012/07/TESIS en PDF>.
- Gómez, A. S. (2018). Tesis. Análisis de una praxeología matemática de las inecuaciones lineales en los libros didácticos de educación secundaria. PUCP. Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/13586>
- Gonzales, C. S. (2014). *UNA PRAXEOLOGÍA MATEMÁTICA DE PROPORCIÓN En un texto universitario*. Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/5225/GONZALES_HERNANDEZ_CINTYA_PRAXEOLOGIA_MATEMATICA.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Gordon, D. (2020). *Praxeología y lógica matemática*, Centro Mises: Economía Austriaca y filosofía de libertad. Austria: Instituto Mises y editor por *The Mises Review*. Recuperado de <https://www.mises.org/es/2020/05/praxeologia-y-logica-matematica/>
- Hernández, R, Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. México: Edit. McGraw-Hill
- Martínez, M. (2006). *La investigación cualitativa (síntesis conceptual)*. Revista de investigación en psicología, 9(1), 123-146. doi: <http://dx.doi.org/10.15381/rinvp.v9i1.4033>
- Ruiz-Higueras, L. y García, F. J. (2010). “Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil” Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Vol. 14, ISSN 2007-6819. Mar. 2011
- Ugarte, F. G. y Gonzales, C. (2014). *Una Praxeología matemática de escala en un texto universitario*. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.1, pp. 279-293, 2014.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, a las autoridades académicas, docentes y estudiantes de la especialidad de Matemática e Informática, por su abnegada colaboración, apoyo desinteresado y constante motivación.